

1. Calculul fortei si presiunii specifice de deformare la refulare

Pentru calculul presiunii medii de deformare și respectiv a forței de refulare, literatura de specialitate dă mai multe relații în funcție de forma transversală a corpului, de dimensiunile corpului și de modul de variație a tensiunii de frecare și a presiunii pe suprafața de contact dintre corp și scule.

a. Semifabricat cu sectiune transversala dreptunghiulara si lungime infinita

Se considera un semifabricat de lungime infinita a carui sectiune transversala are inaltimea h si latimea b . Se considera un element din semifabricat de lungime unitara pentru care deformatia in lungul axei longitudinale se poate considera nula ($\varepsilon_1=0$). Starea de tensiuni in elementul considerat este prezentata in fig.7.9 si poate fi asimilata cu o stare plana de tensiuni, deoarece in orice sectiune transversala eforturile sunt aceleasi. Pentru determinarea fortei de deformare se pleaca de la ecuatia de echilibru a tensiunilor pe axa x :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (7.5)$$

Deoarece $\varepsilon_1 = \varepsilon_y = 0$, rezulta ca $\tau_{xy} = 0$.

Termenii din ecuatia pot fi explicitati astfel: derivata partiala a efortului σ_x in raport cu variabila x este egala cu diferentia totala in raport cu aceeasi variabila (deoarece variatia lui σ_x nu depinde decat de variabila x); $\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$ se exprima din asemanarea triunghiurilor dreptunghice de inaltime $h/2$ si cateta τ , respectiv de inaltime z si cateta τ_{xz} .

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{d\sigma_x}{dx}; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{2\tau}{h} \quad (7.6)$$

Inlocuind relatiile (7.6) in ecuatia (7.5) rezulta:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{2\tau}{h} = 0 \quad (7.7)$$

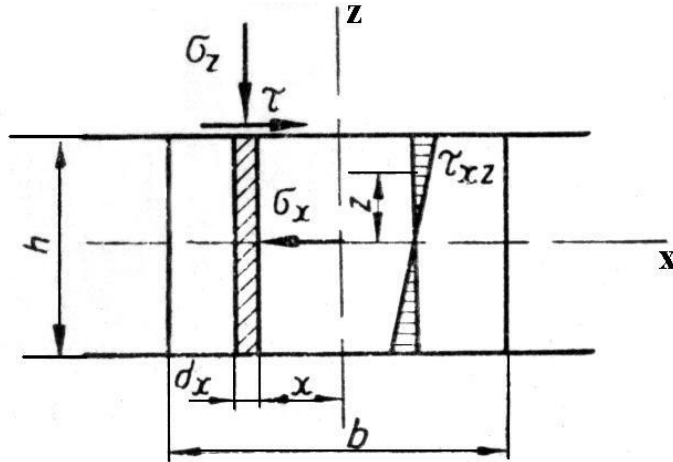


Fig. 7.9

Pentru calculul forței de deformare trebuie determinată valoarea lui σ_z . Pentru aceasta se folosește ecuația plasticității, considerând σ_x și σ_z eforturi principale sub forma:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial x}$$

Deci relația (7.5) devine:

$$\frac{d\sigma_z}{dx} + \frac{2\tau}{h} = 0$$

sau:

$$d\sigma_z = -\frac{2\tau}{h} dx \quad (7.8)$$

Rezolvarea în continuare a ecuației (7.8) se va face în funcție de variația care se adoptă pentru tensiunea τ (în funcție de raportul h/b și coeficientul de frecare μ) astfel:

$$\tau = \mu \cdot \sigma_z; \quad \tau = \mu \cdot 2 \cdot k; \quad \tau = k; \quad \tau = \frac{2x}{b} \cdot k \quad (7.9)$$

Calculul analitic a demonstrat că cea mai acoperitoare relație este $\tau = \mu \cdot 2 \cdot k$.

În continuare se va determina relația de calcul a forței de deformare considerând pentru τ primele două relații:

a. dacă $\tau = \mu \cdot \sigma_z$ relația (7.8) devine:

$$d\sigma_z = -\frac{2 \cdot \mu \cdot \sigma_z}{h} dx$$

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = -\frac{2 \cdot \mu}{h} \cdot dx \quad (7.10)$$

Integrând ecuația (7.10) rezultă:

$$\ln \sigma_z = -\frac{2 \cdot \mu}{h} \cdot x + \ln C \text{ sau}$$

$$\sigma_z = C \cdot e^{-\frac{2\mu x}{h}} \quad (7.11)$$

Pentru determinarea constantei C se folosesc conditiile initiale:

La $x = \frac{b}{2}$; $\sigma_z = 2k$, deci:

$$2k = C \cdot e^{-\frac{2\mu b}{h \cdot 2}} \text{ de unde:}$$

$$C = 2ke^{\frac{2\mu b}{2h}}$$

Inlocuind pe C in relatia (7.11) se obtine:

$$\sigma_z = 2k \cdot e^{\frac{2\mu}{h}(\frac{b}{2}-x)} \quad (7.12)$$

Cunoscand tensiunea normala σ_z , forta totala de deformare F se determina cu relatia:

$$F = 2 \int_0^{b/2} \sigma_z dx = 4k \int_0^{b/2} e^{\frac{2\mu}{h}(\frac{b}{2}-x)} dx$$

Prin integrarea ecuatiei de mai sus se obtine:

$$F = 2k \cdot \frac{h}{\mu} (e^{\frac{\mu b}{h}} - 1) \quad (7.13)$$

Cunoscand forta F necesara pentru deformarea unui element de latime b si lungime unitara, presiunea de defomare se obtine din relatia:

$$p = \frac{F}{b} = 2k \frac{h}{\mu b} (e^{\frac{\mu b}{h}} - 1) \quad (7.14)$$

b. daca $\tau = \mu \cdot 2k$ rezulta:

$$d\sigma_z = -4\mu k \frac{dx}{h}$$

Prin integrare rezulta:

$$\sigma_z = -\frac{4\mu k}{h} x + C \quad (7.15)$$

Constanta C se determina similar cu cazul anterior, din conditii initiale:

La $x = \frac{b}{2}$ $2k = -\frac{4\mu}{h} k \frac{b}{2} + C$ de unde $C = 2k + 4\mu k \frac{b}{2h}$

Inlocuind in relatia (7.15) se obtine:

$$\sigma_z = 2k + 4\mu k \frac{b}{2h} - 4\mu k \frac{x}{h}$$

$$\sigma_z = 2k\left[1 + \frac{2\mu}{h}\left(\frac{b}{2} - x\right)\right] \quad (7.16)$$

Forța de deformare F se determina din relația:

$$F = 2 \int_0^{b/2} \sigma_z dx = 4k \int_0^{b/2} \left[1 + \frac{2\mu}{h}\left(\frac{b}{2} - x\right)\right] dx \quad \text{sau}$$

$$F = 2k\left(1 + \frac{\mu b}{2h}\right)b \quad (7.17)$$

Forța specifică va fi:

$$F = 2k\left(1 + \frac{1}{2}\mu\frac{b}{h}\right) \quad (7.18)$$

Forța totală necesară pentru deformarea unei bare de lungime l va fi:

$$F = 2k\left(1 + \frac{1}{2}\mu\frac{b}{h}\right)bl \quad (7.19)$$

c. Procedând analog pentru $\tau = k$ și $\tau = \frac{2x}{b}k$ rezulta:

$$\sigma_z = 2k\left[1 + \frac{1}{h}\left(\frac{b}{2} - x\right)\right] \quad (7.20)$$

$$\sigma_z = 2k\left[1 + \frac{1}{bh}\left(\frac{b^2}{4} - x^2\right)\right] \quad (7.21)$$

b. Semifabricat cu secțiune transversală patrată

Se consideră un semifabricat de secțiune transversală patrată cu înălțimea h și latura pătratului a . În acest caz schema stării de tensiuni este prezentată în fig. 7.10.

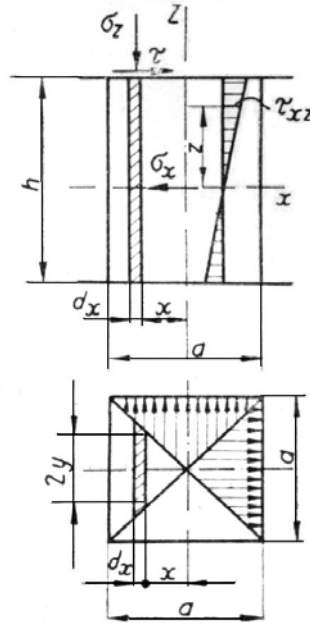


Fig. 7.10 Schema starii de tensiuni la refularea unui semifabricat de sectiune transversala patrata intre scule plan-paralele.

Pentru calculul fortei de deformare si in acest caz se pleaca de la ecuatia diferentiala de echilibru pe axa X:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (7.22)$$

Pe baza celor prezentate anterior si in acest caz se pot face urmatoarele explicitari:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{d\sigma_x}{dx}; \quad \frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{d\sigma_z}{dx}; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \text{ deoarece } \varepsilon_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{2\tau}{h}$$

Inlocuind in relatia (7.22) rezulta:

$$\frac{d\sigma_z}{dx} + \frac{2\tau}{h} = 0 \quad (7.23)$$

de unde:

$$\frac{d\sigma_z}{dx} = -\frac{2\tau}{h}$$

$$d\sigma_z = -\frac{2\tau}{h} dx \quad (7.24)$$

In relatia (7.24) adoptam pentru τ legea de variatie $\tau = \mu 2k$:

$$d\sigma_z = -\frac{4\mu k}{h} dx \quad (7.25)$$

Integrand relatia (7.25) rezulta:

$$\sigma_z = -\frac{4\mu k}{h}x + C \quad (7.26)$$

Determinarea constantei C se face din conditiile initiale.

$$\text{La } x = \frac{a}{2} \quad \sigma_z = 2k$$

$$2k = -\frac{4\mu k}{h} \frac{a}{2} + C \quad \text{de unde } C = 2k + \frac{4\mu k}{h} \frac{a}{2}$$

Inlocuind constanta C in relatia (7.26) se va obtine:

$$\sigma_z = 2k \left[1 + \frac{2\mu}{h} \left(\frac{a}{2} - x \right) \right] \quad (7.27)$$

Fora totala de deformare va fi data de :

$$F = 4 \int_0^{a/2} \sigma_z 2y dx = 2k \left(1 + \frac{1}{3} \mu \frac{a}{h} \right) a^2 \quad (7.28)$$

Presiunea specifica de deformare va fi:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{a^2} = 2k \left(1 + \frac{1}{3} \mu \frac{a}{h} \right) \quad (7.29)$$

c. Semifabricat cu sectiune transversala dreptunghiulara

In acest caz schema starii de tensiuni este prezentata in fig. 7.11 .

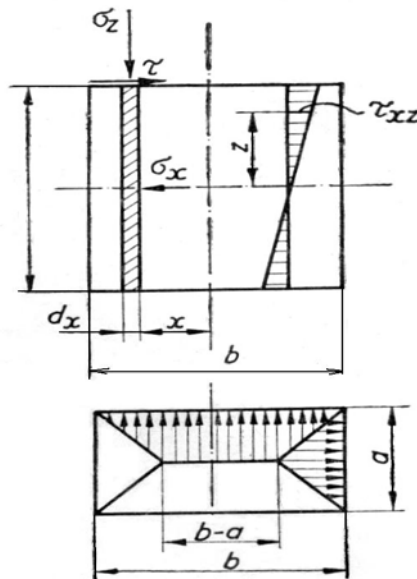


Fig.7.11 Schema starii de tensiuni la refularea unui semifabricat cu sectiune transversala dreptunghiulara intre scule plan-paralele

Din figura 7.11 se poate observa ca sectiunea dreptunghiulara a x b poate fi impartita in doua jumatați de patrat de latura a si un dreptunghi de dimensiune a x (b-a). In aceste

conditii calculul fortei totale de deformare se poate face insumand componenta caracteristica sectiunii patrate cu cea a dreptunghiului.

$$F = 2k\left(1 + \frac{1}{3}\mu\frac{a}{h}\right)a^2 + 2k\left(1 + \frac{1}{2}\mu\frac{a}{h}\right)a(b-a)$$

Dupa ordonare rezulta:

$$F = 2k\left(1 + \mu\frac{3b-a}{6b}\frac{a}{h}\right)ab \quad (7.30)$$

Relatia (7.30) este valabila pentru cazul in care $b > a$.

Presiune specifica de deformare va fi:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{a \cdot b} = 2k\left(1 + \mu\frac{3b-a}{6b}\frac{a}{h}\right) \quad (7.31)$$

d. Semifabricat cu sectiune transversala circulara

Schema starii de tensiuni pentru acest caz este prezentata in figura 7.12, presupunand ca in orice sectiune axiala starea de tensiuni este identica.

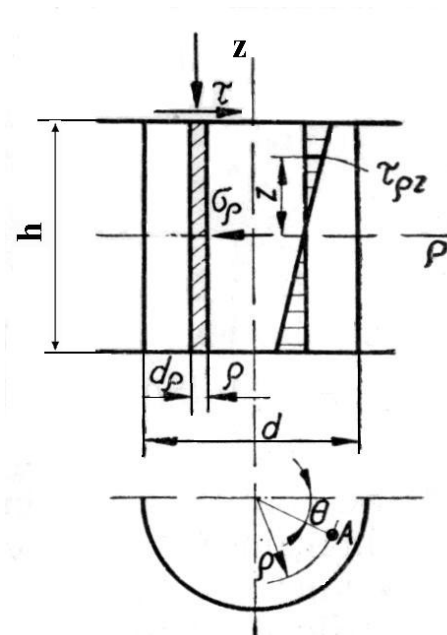


Fig. 7.12 Schema starii de tensiuni la refularea unui semifabricat cu sectiune transversala circulara intre suprafete plan-paralele

Pentru calculul fortei de deformare se pleaca de la ecuatia de echilibru in coordonate cilindrice pe axa ρ :

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{1}{\rho}(\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}) = 0 \quad (7.32)$$

Termenii ecuatiei (7.32) vor fi explicitati astfel:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{d\sigma_\rho}{d\rho}$$

Pe baza primei ipoteze a plasticitatii , putem scrie:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} = \frac{d\sigma_z}{d\rho}$$

Datorita simetriei axiale :

$$\frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} = 0 \text{ deoarece } \varepsilon_\theta = 0$$

Presupunand ca efortul tangential variaza liniar pe inaltimea semifabricatului, din asemanarea triunghiurilor dreptunghice formate avem:

$$\frac{\partial \tau_\rho}{\partial z} = \frac{2\tau}{h}$$

La deformatii mici se poate admite ca $\sigma_\theta = \sigma_\rho$ deci $\sigma_\rho - \sigma_\theta = 0$

Dupa inlocuirea celor de mai sus in relatia (7.32) rezulta:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{2\tau}{h} = 0 \text{ de unde}$$

$$d\sigma_z = -\frac{2\tau}{h} d\rho \quad (7.33)$$

Daca se adopta legea de variatie a lui τ sub forma: $\tau = \mu 2k$, dupa integrarea ecuatiei (7.33) rezulta:

$$\sigma_z = -\frac{4\mu k}{h} \rho + C \quad (7.34)$$

Determinarea constantei de integrare C se face din conditii initiale:

$$\text{La } \rho = \frac{d}{2} \quad \sigma_z = 2k \text{ , iar } C = 2k + \frac{4\mu k}{h} \frac{d}{2}$$

Inlocuind constanta C in relatia (7.34) se obtine:

$$\sigma_z = 2k \left[1 + \frac{2\mu}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] \quad (7.35)$$

Fora totala de deformare se determina din expresia:

$$F = \int_0^{d/2} \sigma_z 2\pi\rho d\rho \quad (7.36)$$

Prin rezolvarea integralei de mai sus rezulta:

$$F = 2k \left(1 + \frac{1}{3} \mu \frac{d}{h} \right) \frac{\pi d^2}{4} \quad (7.37)$$

Presiunea specifica de deformare va fi in acest caz:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi d^2 / 4} = 2k \left(1 + \frac{1}{3} \mu \frac{d}{h} \right) \quad (7.38)$$

2. Găurirea

Găurirea este o operație de forjare liberă des întalnită la execuția inelelor. Ea poate fi deschisă sau închisă(fig.7.21).

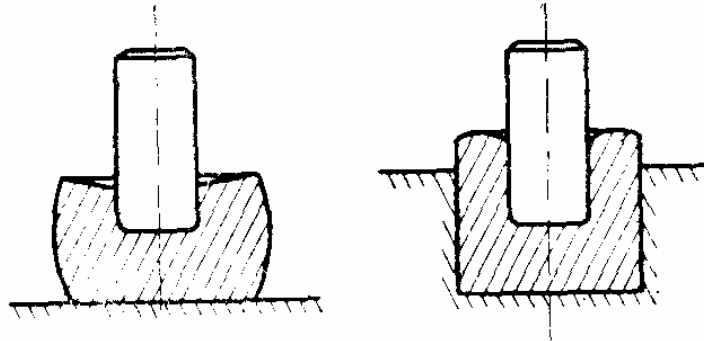


Fig. 7.21

La găurirea deschisă partea laterală a semifabricatului este liberă, materialul dislocat de poanson deplasandu-se mai ales lateral. In urma găuririi, înălțimea semifabricatului de obicei se micșorează. Gradul de micșorare a înălțimii depinde de raportul D/d (D fiind diametrul exterior al semifabricatului și d -diametrul dornului de găurire).

Cu cat este mai mic raportul D/d cu atat mai mare va fi reducerea în înălțime a semifabricatului în timpul găuririi.

Găurirea deschisă se aplică în cazul pieselor mijlocii și mari realizate în serie mică. Găurirea deschisă se poate realiza cu dorn plin sau cu dorn inelar. Dornurile pline se folosesc pentru găurirea semifabricatelor cu $D < 500\text{mm}$, iar cele tubulare pentru semifabricate cu $D > 500\text{mm}$.

La găurirea închisă curgerea materialului în timpul găuririi este limitată de o matriță(inel). Materialul dislocat de către dorn se deplasează pe lângă dorn, mărind înălțimea semifabricatului. Cu cat raportul D/d este mai mic, cu atat creșterea în înălțime a semifabricatului va fi mai mare. Găurirea închisă este aplicată pieselor mijlocii și mici realizate în serie mare.

a. Găurirea deschisă

Tehnologia găuririi deschise cu dorn plin este prezentată în figura 7.22.

Etapele de găurire sunt:

1. semifabricatul este refulat la $D_1=(3...5)d$
2. se centrează dornul și se pătrunde în material pe o înălțime de aprox 50mm
3. se îndepărtează dornul și se introduce lubrifiant ,care are rolul să micșoreze frecarea dintre dorn și material
4. se execută apoi găurirea până la înălțimea $h=(0,25...0,5)H_0$
5. se rotește materialul cu 180° și se elimină punțița de material
6. se execută calibrarea găurii cu un dorn care are diametrul maxim mai mare cu 5% față de dornul de străpungere.

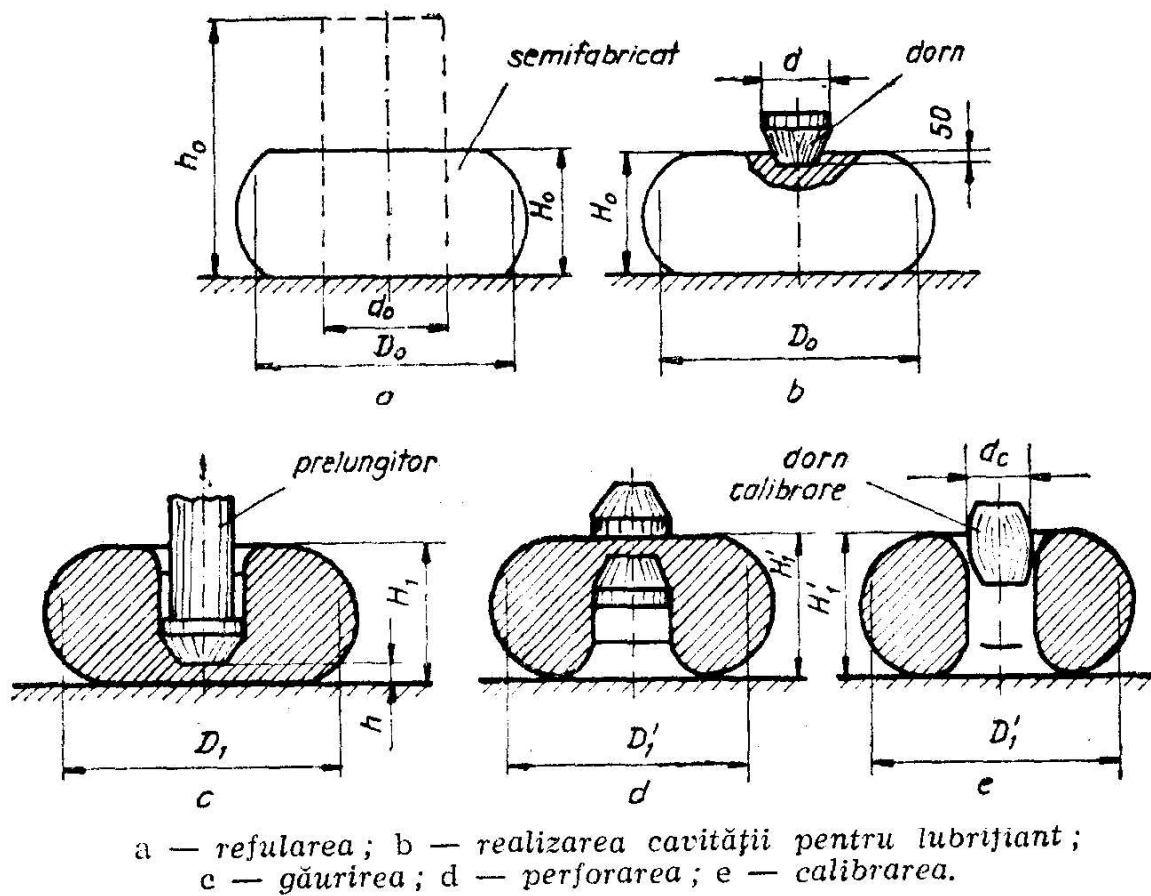


Fig. 7.22

Pentru calculul forței de deformare la găurirea deschisă se consideră găurirea unui semifabricat cilindric de diametru D și înălțime H cu un dorn cilindric de diametru d cu suprafața frontală plată (fig. 7.23).

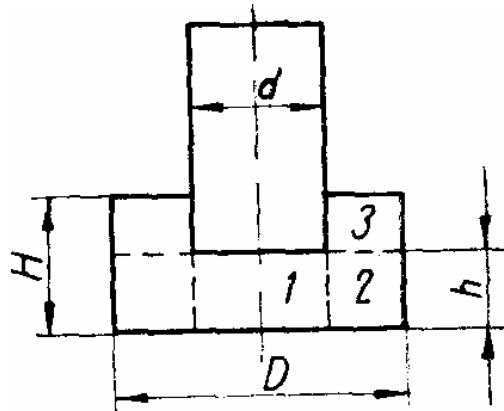


Fig. 7.23

Analizandu-se găurirea la un moment dat, semifabricatul se poate împărți în trei părți distincte:

- partea cilindrică centrală 1 de diametru d și înălțime h , care în timpul deformării este supusă la refulare.
- partea inelară 2 de înălțime h care franează deformarea porțiunii 1 și exercită asupra părții ei laterale ei o presiune interioară.
- partea inelară(găurită) 3 care în timpul găuririi nu mai necesită forță de deformare ci poate crea o forță de frecare asupra dornului.

Calculul fortei si al presiunii de deformare la gaurirea deschisa

Pentru calculul fortei de deformare la gaurirea deschisa se pleaca de la zona 1, pentru care se considera starea de tensiuni de la refularea semifabricatelor cilindrice între scule plan-paralele. Pentru aceasta se scrie ecuatia de echilibru a tensiunilor in coordonate cilindrice pe axa ρ de forma:

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} (\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}) = 0 \quad (7.88)$$

Deformarea fiind uniforma in orice sectiune axiala se poate scrie:

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} = \frac{d\sigma_{\rho}}{d\rho}; \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} = 0; \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} = \frac{2\tau_{\max}}{h} = \frac{2k}{h}; \sigma_{\rho} = \sigma_{\theta} \quad (7.89)$$

De asemenea σ_z si σ_{ρ} se pot considera tensiuni principale si pe baza ipotezelor plasticitatii si a ecuatiei diferentiale a plasticitatii se poate scrie:

$$\frac{d\sigma_{\rho}}{d\rho} = \frac{d\sigma_z}{d\rho}$$

Inlocuind cele de mai sus in relatia (7.88) se ajunge la:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{2k}{h} = 0 \quad (7.90)$$

Prin integrarea relatiei (7.90) se obtine:

$$\begin{aligned} d\sigma_z &= -\frac{2k}{h} d\rho \\ \sigma_z &= -\frac{2k}{h} \rho + C \end{aligned} \quad (7.91)$$

Determinarea constantei C se face din conditiile initiale :

la $\rho = \frac{d}{2}$, $\sigma_z = \sigma'_z$, σ'_z fiind tensiunea la nivelul zonei de interdependenta dintre zonele 1 si 2.

Pe baza conditiilor initiale de mai sus, constanta C devine:

$$C = \sigma'_z + \frac{2k}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \quad (7.92)$$

Pentru determinarea tensiunii σ'_z se face urmatoarul rationament:

- la nivelul coordonatelor $\rho = \frac{d}{2}$ si $z = \frac{h}{2}$, tensiunile σ'_z si σ'_ρ pot fi considerate principale si pe baza ecuatiei de plasticitate avem:

$$\begin{aligned} \sigma'_z - \sigma'_\rho &= 2k \\ \sigma'_z &= \sigma'_\rho + 2k \end{aligned} \quad (7.93)$$

- pentru determinarea tensiunii radiale σ'_ρ , pe baza metodei liniilor de alunecare la interfata dintre zonele 1 si 2 apare o solicitare identica cu actiunea unei presiuni interioare asupra unui inel, deci poate fi calculata cu relatia:

$$\sigma'_\rho = 2k \ln \frac{D}{d} \quad (7.94)$$

unde: k este tensiunea tangentiala maxima,
D- diametrul exterior al semifabricatului supus gauririi,
d- diametrul dornului.

Inlocuind cele de mai sus in relatia (7.93) obtinem:

$$\begin{aligned} \sigma'_z &= 2k \left(1 + \ln \frac{D}{d} \right) \\ \sigma_z &= 2k \left[1 + \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] \end{aligned} \quad (7.95)$$

Cunoscandu-se tensiunea σ_z , forta totala de gaurire se poate determina din integrala:

$$F = \int_0^{\frac{d}{2}} \sigma_z 2\pi\rho d\rho = 4\pi k \int_0^{\frac{d}{2}} \left[1 + \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] \rho d\rho \quad (7.96)$$

$$F = 2k \left(1 + \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{6h} \right) \frac{\pi d^2}{4} \quad (7.97)$$

Presiunea specifica de deformare va fi:

$$p = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = 2k \left(1 + \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{6h} \right) \quad (7.98)$$

În relațiile de mai sus dacă se ține cont și de frecarea poanson-material pentru zona 3, cazul când poansonul este puțin conic sau urmare a răcirii apare contractia pe dorn, componenta suplimentară a forței totale va fi:

$$F_f = \pi d(H - h)\tau = \pi d(H - h)\mu 2k$$

Rezultă astfel forța totală de deformare:

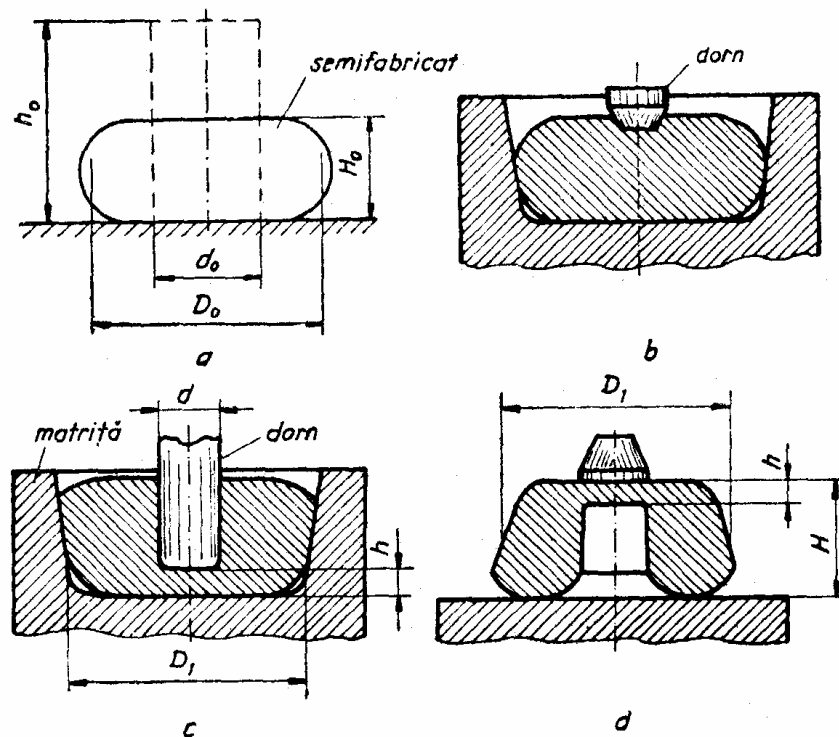
$$F = 2k \left(1 + \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{6} \frac{d}{h} + 4\mu \frac{H - h}{d} \right) \frac{\pi d^2}{4} \quad (7.99)$$

Presiunea specifică de deformare va avea expresia:

$$p = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = 2k \left(1 + \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{6} \frac{d}{h} + 4\mu \frac{H - h}{d} \right) \quad (7.100)$$

b. Găurirea închisă

Tehnologia găuririi închise este prezentată în figura 7.24. Spre deosebire de găurirea deschisă descrisă mai sus, cea închisă se execută cu semifabricatul introdus într-o matriță. Această metodă se folosește în cazul găuririi materialelor care au plasticitate mai scăzută.



a — refularea; b — obținerea cavității pentru lubrifiere; c — găurirea în matriță; d — perforarea.

Fig. 7.24

Pentru calculul forței de deformare la găurirea închisă se consideră găurirea unui semifabricat într-o matriță de diametru D cu un dorn cilindric plin de diametru d (Fig.7.25).

Analizand găurirea închisă aceasta constă din refularea porțiunii cilindrice 1 de sub poanson(de diametru d și înălțime h) și împingerea materialului dislocat de poanson prin spațiul dintre matriță și poanson.

Abordarea calculului forței se face plecand tot de la zona cilindrica 1, supua refulării, care este identica cu cea de la gaurirea deschisa, astfel relatia de calcul pentru σ_z este:

$$\sigma_z = \sigma'_z + \frac{2k}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \quad (7.101)$$

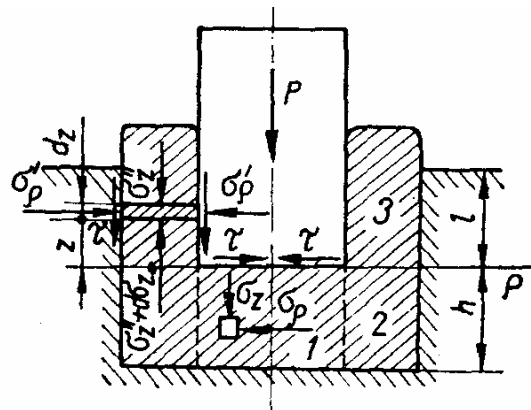


Fig. 7.25 Schema tensiunilor la gaurirea inchisa

σ'_z si σ'_ρ fiind tensiuni principale, pe baza ecuatiei simplificate a plasticitatii avem:

$$\sigma'_z = \sigma'_\rho + 2k \quad (7.102)$$

Aplicand din nou ecuatia plasticitatii pentru punctul $z=0$, $\rho = \frac{d}{2}$, unde σ'_ρ si σ''_z sunt tensiuni principale avem:

$$\begin{aligned} \sigma'_\rho - \sigma''_z &= 2k \\ \sigma'_\rho &= 2k + \sigma''_z \end{aligned} \quad (7.103)$$

Pentru determinarea lui σ''_z se va scrie ecuatia de echilibru pe axa z a tensiunilor care actioneaza asupra elementului de grosime dz din zona 3:

$$(\sigma''_z + d\sigma''_z) \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) - \sigma''_z \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) - \pi(D+d)\tau dz = 0$$

sau

$$d\sigma''_z = \frac{4\tau}{D-d} dz \quad (7.104)$$

Daca se considera $\tau = \mu 2k$ rezulta:

$$d\sigma''_z = 8\mu k \frac{dz}{D-d} \quad (7.105)$$

Prin integrare rezulta:

$$\sigma_z'' = 8\mu k \frac{z}{D-d} + C \quad (7.106)$$

Determinarea constantei de integrare C se face punand conditiile initiale cand la $z=1$, $\sigma_z'' = 0$ deci:

$$C = -8\mu k \frac{1}{D-d}$$

iar

$$\sigma_z'' = -8\mu k \frac{1-z}{D-d} \quad (7.107)$$

Se determina σ_z'' la $z=0$ deci:

$$\sigma_z'' = -8\mu k \frac{1}{D-d}$$

Se inlocuieste σ_z'' in relatia () rezultand:

$$\sigma_\rho' = 2k + 8\mu k \frac{1}{D-d} = 2k(1 + 4\mu \frac{1}{D-d}) \quad (7.108)$$

Se inlocuieste σ_ρ' in relatia (7.102) si se obtine:

$$\sigma_z' = 2k(2 + 4\mu \frac{1}{D-d}) \quad (7.109)$$

Pe baza celor de mai sus din relatia (7.101) rezulta:

$$\sigma_z = 2k \left[2 + 4\mu \frac{1}{D-d} + \frac{1}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] \quad (7.110)$$

Forta de deformare se determina din integrala:

$$F = \int_0^{\frac{d}{2}} \sigma_z 2\pi\rho d\rho = 4\pi k \int_0^{\frac{d}{2}} \left[2 + 4\mu \frac{1}{D-d} + \frac{1}{h} \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] \rho d\rho \quad (7.111)$$

$$F = 2k(2 + 4\mu \frac{1}{D-d} + \frac{d}{6h}) \frac{\pi d^2}{4} \quad (7.112)$$

Presiunea de deformare devine:

$$p = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = 2k(2 + 4\mu \frac{1}{D-d} + \frac{d}{6h}) \quad (7.113)$$

Comparand relatiile (7.100) si (7.113) se observa ca presiunea de deformare, odata cu cresterea diametrului D al semifabricatului, creste la gaurirea deschisa si scade la gaurirea inchisa.